1. **EJERCICIO 5 b**

   Obtener, si existe, por el método de transformaciones elementales la inversa de

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

   SOLUCIÓN

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccccc} 1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccccc} 1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

   No tiene inversa.

2. **EJERCICIO 6**

   Determinar para qué valores de m la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

   No admite matriz inversa.

   SOLUCIÓN

   Primera forma

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

   Por cofactores utilizando el segundo renglón:

$$(-1)^{2+1}(m)\begin{vmatrix} 1 & m \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3}(-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$-m(m) + (-1-6) = 0$$

$$-m^2 - 7 = 0$$

   Por lo tanto, no existen valores reales para los cuales la matriz no admita inversa.

Segunda forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & m & 1 & 0 & 0 \\ m & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & m & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -m & -m^2-1 & -m & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -6m & -6 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & m & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 6m & 6 & 0 & -1 \\ 0 & -m & -m^2-1 & -m & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & m & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dfrac{6m}{7} & \dfrac{6}{7} & 0 & -\dfrac{1}{7} \\ 0 & 0 & \dfrac{6m^2-7m^2-7}{7} & & & \end{bmatrix}$$

3. EJERCICIO 8

Obtener la matriz que satisface la siguiente ecuación matricial
$A^{-1}XB - B = -A^{-1}X$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

SOLUCIÓN

$$A^{-1}XB + A^{-1}X = B$$
$$XB + X = AB$$
$$X(B+I) = AB$$

$$X = AB(B+I)^{-1}$$

Por lo que:

$$B + I = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(B+I) = -2$$

$$(B+I)^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \dfrac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & \dfrac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -\dfrac{3}{2} \\ 0 & \dfrac{3}{2} \end{bmatrix}$$

4. **REACTIVO 6 DEL SEGUNDO EXAMEN FINAL DEL SEMESTRE 2019-1**

Determine los valores de α, β y $\gamma \in \mathbb{R}$, si se sabe que

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix} \qquad \text{y} \qquad A^T = \begin{bmatrix} 16 & \beta & -2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ 3 & -\gamma & 0 \end{bmatrix}$$

SOLUCIÓN

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16 & \alpha & 3 \\ \beta & 2 & -\gamma \\ -2 & \gamma & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$16 + 3\beta = 1$$
$$\alpha + 6 = 0$$
$$3 - 3\gamma = 0$$

Por lo que:

$$\alpha = -6$$
$$\beta = -5$$
$$\gamma = 1$$

5. **EJERCICIO 31**

Calcular el valor del determinante de la matriz A por medio de cofactores

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & 3 \\ 9 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

SOLUCIÓN

Con la segunda columna:

$$\det A = (-1)^{1+2}(5) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-5)(-1)^{1+3}(3) \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$
$$= (-15)(9 - 15) = 90$$

6. **EJERCICIO 34**

Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 3 \\ 9 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Obtener el determinante de A

$$\det A = (-1)^{1+3}(3)\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = (3)(36-9) = 81$$

b) Intercambiar al renglón 1 por el renglón 3 y obtener el determinante de la matriz

$$\det B = -81$$

c) Multiplicar por 3 la columna 2 y calcular el determinante de la matriz

$$\det B = (3)(81) = 243$$

d) Sumar el renglón 2 al renglón 3 y calcular el determinante de la matriz

$$\det B = 81$$

e) Multiplicar toda la matriz por 2 y calcular su determinante

$$\det B = 2^3(81) = 648$$

f) Eliminar el renglón 2 de la matriz y repetir el 3, y calcular el determinante de la matriz

$$\det B = 0$$

g) Sustituir la columna 3 por ceros y calcular el determinante de la matriz

$$\det B = 0$$

7. EJERCICIO 45

Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando la regla de Cramer

$$\begin{gathered} 2x - 3y + z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x + 2y - 4z = 9 \end{gathered}$$

SOLUCIÓN

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 9 & 2 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{5(0) + 3(6) + (-3)}{\begin{vmatrix} 0 & -7 & 9 \\ 0 & 3 & -6 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{15}{15} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & 9 & -4 \end{vmatrix}}{15} = \frac{2(6) - 5(6) + (-12)}{15} = \frac{-30}{15} = -2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \end{vmatrix}}{15} = \frac{2(3) + 3(-12) + 5(-3)}{15} = \frac{-45}{15} = -3$$